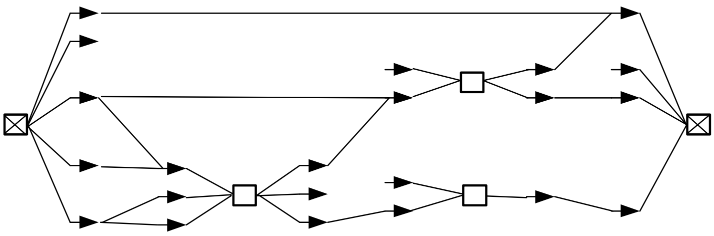
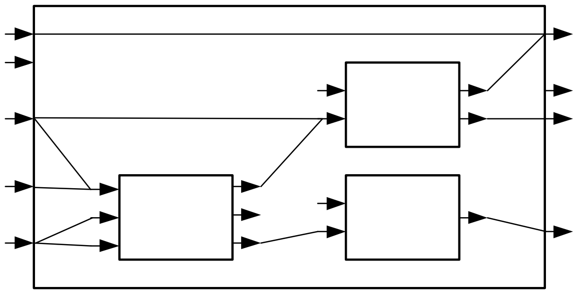




Graphen, S-Netze und H-Netze

Version 1.0

Autor: Josef Hübl

Erstellt am: 23.10.2003

Geändert am: 30.06.2006

Von: Josef Hübl (Triple-S GmbH)

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

1. Graphen

1.1 Allgemeine Definitionen

Ein Graph besteht aus Konten und Kanten, wobei letztere Paare von Knoten sind.

Ist (a, b) eine Kante, dann heißt a ein Vorgänger von b und b ein Nachfolger von a.

Ein Graph heißt gerichtet, wenn für zwei Knoten a und b neben der Kante (a, b) nicht auch die Kante (b, a) enthält.

Ein (Koten-)Pfad ist eine Folge von Knoten, die je mit einer Kante verbunden sind. Ein Pfad heißt Zykel, wenn Anfangs- und Endknoten identsich sind.

Ein Graph heißt zykelfrei, wenn es dort keine Zykel gibt.

Ein gerichteter Graph, in dem jeder Knoten bis auf einen einen Vorgänger besitzt, heißt ein Baum (tree). Der Knoten ohne Vorgänger die Wurzel (root) des Baumes.

Zwei Graphen heißen isomorph (von identischer Struktur) ,wenn die Knoten bijektiv (eineindeutig) so aufeinander abgebildet werden können, dass die Kanten erhalten bleiben.

Ein Graph heißt bipartit, wenn seine Knotenmenge in zwei Teilmengen A und B zerlegt werden kann, so dass er nur Kanten von A nach B oder umgekehrt enthält. Entsprechend heißt ein Graph tripartit, wenn seine Knotenmenge in 3 solche Teilmengen zerlegt werden kann.

Ein Graph heißt gefärbt, wenn es eine Abbildung gibt, die jedem Knoten eine Farbe, einen Typ oder eine Art zuordnet.

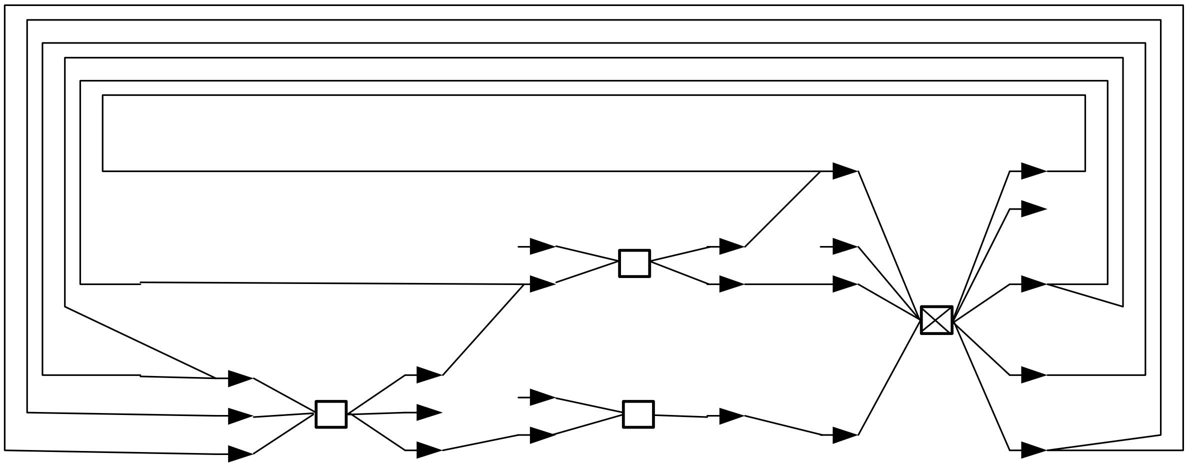
© Triple-S GmbH, www.sss.de

2. S-Netze

2.1 Grundlegende Begriffe

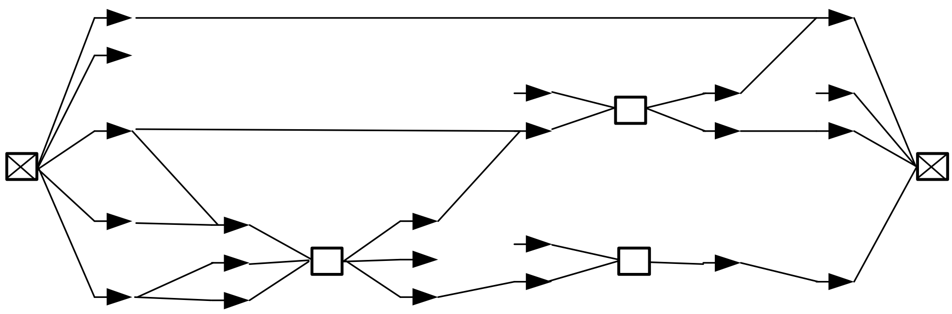
S-Netz ist die Kurzbezeichnung für Subzentrennetzwerk, wobei ein Subzentrennetzwerk ein gerichteter Graph mit folgenden Eigenschaften ist:

1. Es gibt eine Teilmenge von Knoten, denen eine besondere Bedeutung zukommt. Diese werden Subzentren genannt.
2. Jeder Vorgänger eines Subzentrums hat keinen anderen Nachfolger als genau dieses Subzentrum. (Die Vorgänger eines Subzentrums heißen seine Eingänge.)
3. Jeder Nachfolger eines Subzentrums hat keinen anderen Vorgänger als genau dieses Subzentrum. (Die Nachfolger eines Subzentrums heißen seine Ausgänge.)
4. Jeder Knoten ist entweder ein Subzentrum, ein Eingang oder ein Ausgang.
5. Es gibt ein besonderes Subzentrum. (Dieses heißt die Wurzel (Root) des S-Netzes. Die Eingänge der Wurzel heißen auch die äußere Ausgänge des S-Netzes. Analog heißen die Ausgänge der Wurzel die äußeren Eingänge des S-Netzes. **Achtung! Die Bezeichnungen Ein-/Ausgänge sind nicht zufällig vertauscht!**)

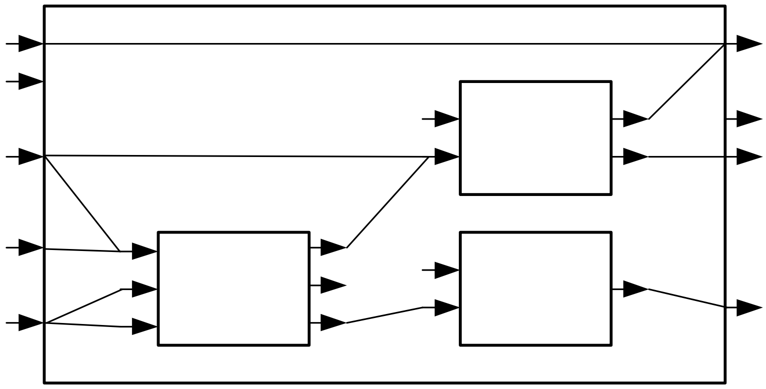


Der Graph eines S-Netze mit expliziter Darstellung der Kanten zu den Subzentren (Rechtecke)

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl



Vereinfachte Darstellung des Graphs eines S-Netzes durch Duplizierung der Wurzel (Root).



Normale Darstellung obigen S-Netzes mit der Wurzel als umgebendes Rechteck.

In der graphischen Darstellung eines Subzentrennetzwerkes werden Subzentren grundsätzlich als Rechtecke und Ein-/Ausgänge als Pfeilsymbolde dargestellt. Dennoch gibt es zwei wesentlich unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten, die je nach Problemstellung Verwendung finden.

Steht mehr die Struktur des Graphen im Vordergrund (z.B. bei der Anwendung graphentheoretischer Algorithmen), so werden die Kanten von den Eingängen zu einem Subzentrum und von diesem zu seinen Ausgängen explizit dargestellt. Die Wurzel ist ein mit einem X markiertes Rechteck, das in der Regel doppelt dargestellt wird um verwirrende Kantenschleifen zu vermeiden.

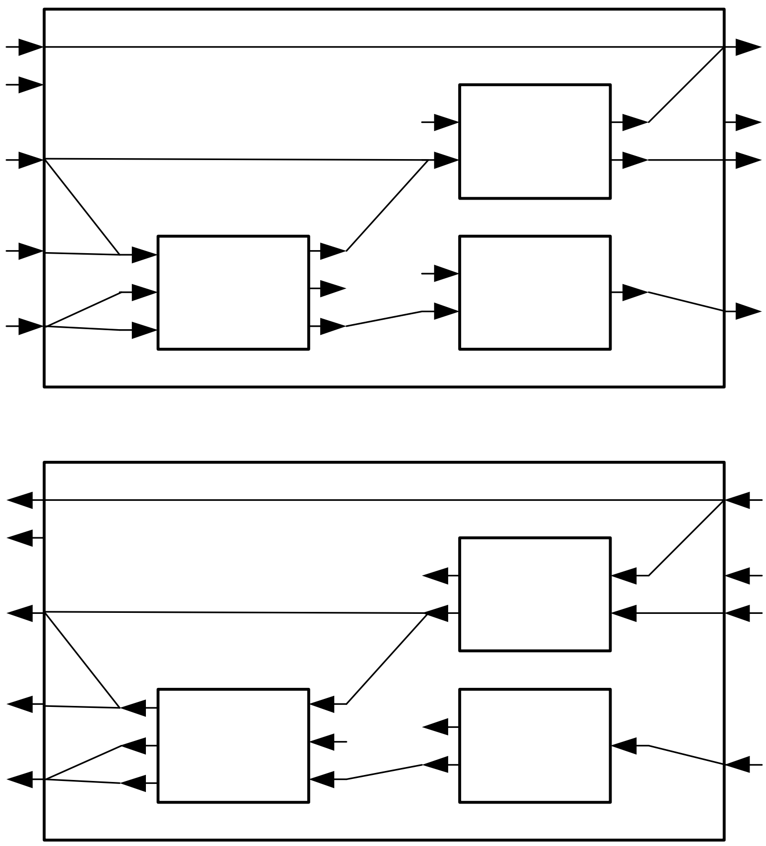
Im Normalfall jedoch liegt das Augenmerk mehr darauf, ein Subzentrum mit seinen Ein-/Ausgängen als eine Einheit zu handhaben. In diesem Fall werden die Pfeilsymbole seiner Ein-/Ausgänge ohne verbindende Kanten direkt an dem darstellenden Rechteck angebracht. Dabei repräsentieren Pfeile die auf das Rechteck hinzeigen Eingänge und solche die weg zeigen Ausgänge. Um den Gedanken der Einheit auch bei der Wurzel besonders hervorzuheben wird diese als umgebendes Rechteck dargestellt. Aus dieser Darstellungs-form ist die Bezeichnung „äußere Ein-/Ausgänge des S-Netzes“ für die Aus-/Eingänge der

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

Wurzel hergeleitet, wobei die Vertauschung der Bezeichnungen Ein-/Ausgang unbedingt zu beachten ist.

Zwei S-Netze heißen isomorph (identisch strukturiert), wenn nicht nur ihre Graphen isomorph sind, sonder auch noch Subzentren auf Subzentren und die Wurzel auf die Wurzel abgebildet werden.

Isomorphieklassen spielen insbesondere bei der speichereffizienten und performaten Implementierung von hierarchisch strukturierten S-Netzen eine wichtige Rolle.



Ein S-Netz und sein Spiegelbild.

Werden für den Graphen eines S-Netzes alle Kanten gespiegelt, d.h. in die gegensätzliche Richtung verkehrt (die Kantenmatrix wird transponiert), so erhält man eine neues S-Netz, das das Spiegelbild davon heißt. Das Spiegelbild des Spiegelbildes ist erwartungsgemäß wieder identisch zum Original.

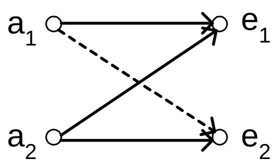
Aus der symmetrischen Definition eines S-Netzes ergibt sich, das Aussagen, Beweise und und Schlußfolgerungen auch dann gültig bleiben, wenn alle Begriffe Eingang/Ausgang, äußerer Eingang / äußerer Ausgang und Vorgänger/Nachfolger vertauscht werden. Diese Symmetrie kann sehr oft Aufwands reduzierend genutzt werden.

© Triple-S GmbH, www.sss.de   Autor: Josef Hübl

2.2 Transitive S-Netze

2.2.1 Das Transitivitätsgesetz

Ein S-Netz heißt transitiv, wenn für alle Kanten zwischen den Ausgängen a_1, a_2 und allen Eingängen e_1, e_2 das Transitivgesetz gilt, d.h. sind (a_1,e_1), (a_2,e_1) und (a_2,e_2) existierende Kanten, so ist auch (a_1, e_2) eine existierende Kante. (Bildlich kann das Transitivgesetz auch als z-x-Regel dargestellt werden.)



Visualisierung des Transitivitätsgesetzes bzw. der z-x-Regel.

Ist (a, e) eine Kante von eine Ausgang zu eine Eingang, dann heißt die Menge aller Kanten von einem Vorgänger von e zu einem Nachfolger von a die durch (a, e) definierte transitive Hülle. Grob gesprochen ist in einer transitiven Hülle jeder Knoten mit jedem über eine Kante verbunden. Aufgrund des Transitivitätsgesetzes sind alle so definierten transitiven Hüllen diesjunkte Mengen von Kanten. Dieser Umstand kommt bei der Bildung des sogenannten transitiven Komplement zum Tragen.

Die transitive Hülle eine S-Netzes entsteht, wenn alle Kanten hinzugefügt werden, die notwendig sind um das Transitivitätsgesetz zu erfüllen.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

2.2.2 Das transitive Komplement

Vereinfacht dargestellt entsteht aus einem S-Netz sein transitives Komplement, wenn jedes Subzentrum durch die transitive Hülle zwischen seinen Ein- und Ausgängen und umkehrt jede transitive Hülle zwischen Aus- und Eingängen durch ein Subzentrum ersetzt wird.

Im Detail ist das transitive Komplement als Ergebnis folgenden Algorithmus' definiert:

1. Gehe über alle äußeren Eingänge mit mindestens einem Nachfolger und ermittle den Pfad bis zum ersten (nachfolgenden) Knoten n dessen Anzahl Vorgänger oder Anzahl Nachfolger ungleich 1 ist, wobei die Suche spätestens an der Wurzel (Root) endet. Füge zwischen der Wurzel und dem äußeren Eingang genau dann einen neuen Knoten ein, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:
   a) n ist die Wurzel und die Anzahl der Subzentren auf dem Pfad (mit Root) ist ungerade.
   b) n ist nicht die Wurzel, aber ein Subzentrum ohne Nachfolger.
   c) n ist kein Subzentrum und besitzt mindestens einen Nachfolger.
   Trifft keiner dieser Fälle zu, so entferne den äußeren Eingang und verbinde die Wurzel direkt mit seinem Nachfolger.

2. Gehe analog zu 1. über alle äußeren Ausgänge mit mindestens einem Vorgänger und ermittle den Pfad bis zum ersten (vorausgehenden) Knoten n dessen Anzahl Vorgänger oder Anzahl Nachfolger ungleich 1 ist, wobei die Suche spätestens an der Wurzel (Root) endet. Füge zwischen der Wurzel und dem äußeren Ausgang genau dann einen neuen Knoten ein, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:
   a) n ist die Wurzel und die Anzahl der Subzentren auf dem Pfad (mit Root) ist ungerade.
   b) n ist nicht die Wurzel, aber ein Subzentrum ohne Vorgänger.
   c) n ist kein Subzentrum und besitzt mindestens einen Vorgänger.
   Trifft keiner dieser Fälle zu, so entferne den äußeren Ausgang und verbinde die Wurzel direkt mit seinem Vorgänger.

3. Markiere alle vorhanden Subzentren als ersetzbar.

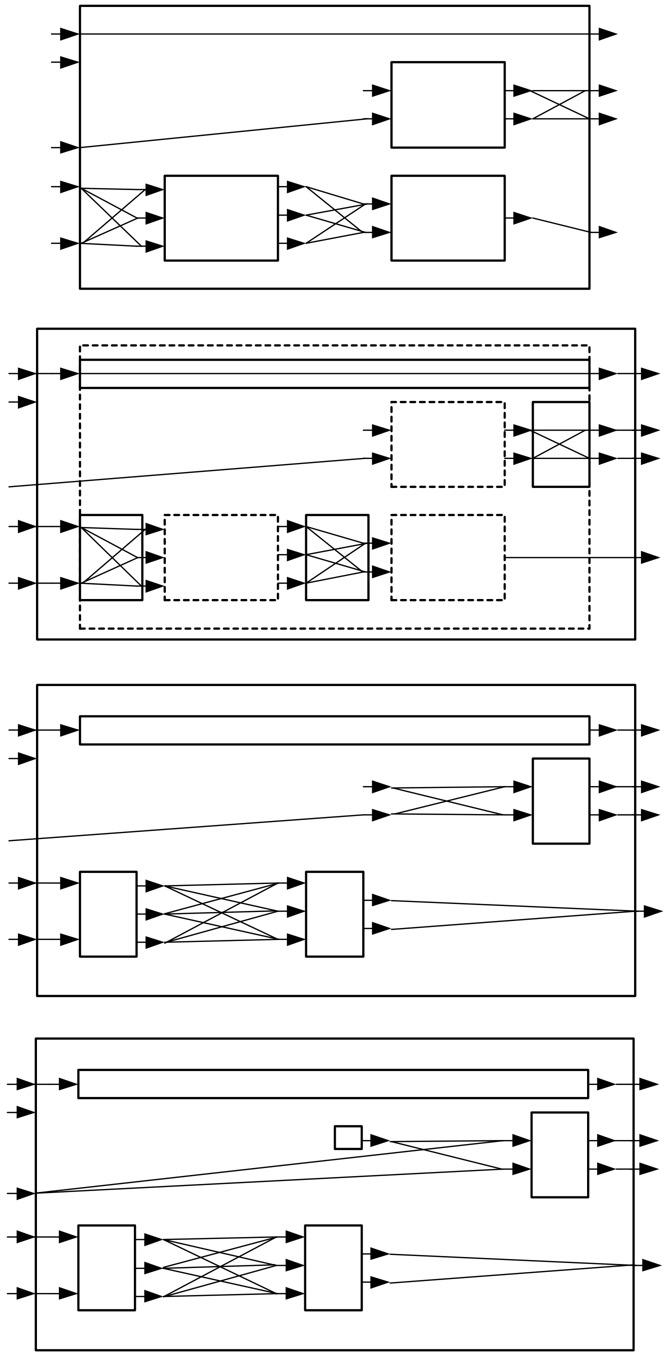
4. Gehe über alle Kanten die von einem Ausgang zu einem Eingang führen und ersetze die durch den Aus- und Eingang definierte transitive Hülle zwischen den Vorgängern des Ausgangs und den Nachfolgern des Eingangs durch ein neues Subzentrum.

5. Gehe über alle Subzentren und ersetze die als ersetzbar markierten (alten) Subzentren durch die transitive Hülle zwischen seinen Ein- und Ausgängen.

6. Gehe über alle Knoten und füge denen die keinen Vorgänger besitzen ein neues Subzentrum als Vorgänger hinzu.

7. Verfahre analog wie in Schritt 6. mit den Nachfolgern und füge den Knoten die keinen Nachfolger besitzen ein neues Subzentrum als Nachfolger hinzu.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl



Der Übergang von einem transitiven S-Netz (oben)
zu seinem transitiven Komplement (unten).

1. Anmerkung:

Während die Schritte 6. Und 7. dafür sorgen, dass der resultierende Graph dem eines S-Netzes entspricht, stellen die Schritte 1. und 2. zum einen sicher, dass der resultierende Graph wieder ein S-Netz ist und zum anderen, dass das transitive Komplement des

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

transitiven Komplements isomorph zum originalen S-Netz und bis auf äußere Ein- und Ausgänge und Subzentren sogar identisch zu diesem ist, da alle inneren Ein-/Ausgänge erhalten bleiben. Dieser Umstand ermöglicht es einen Algorithmus zur Bildung des transitiven Komplements sehr einfach zu testen in dem er nochmals auf sein Ergebnis angewendet wird.

2. Anmerkung:

Da nach dem Ersetzen der transitiven Hüllen durch Subzentren und umgekehrt wieder ein S-Netz vorliegen soll, aber an den Rändern (d.h. bei den äußeren Ein- und Ausgängen) Knoten übrig bleiben würden, muss an diesen Stellen entweder ein Knoten entfernt oder hinzu genommen werden. Nachfolgend wird aufgezeigt, dass aufgrund der zusätzlichen Forderung, dass das transitive Komplement des transitiven Komplements wieder dem Original entsprechen soll, zwangsläufig vorgegeben ist, was zu tun ist.

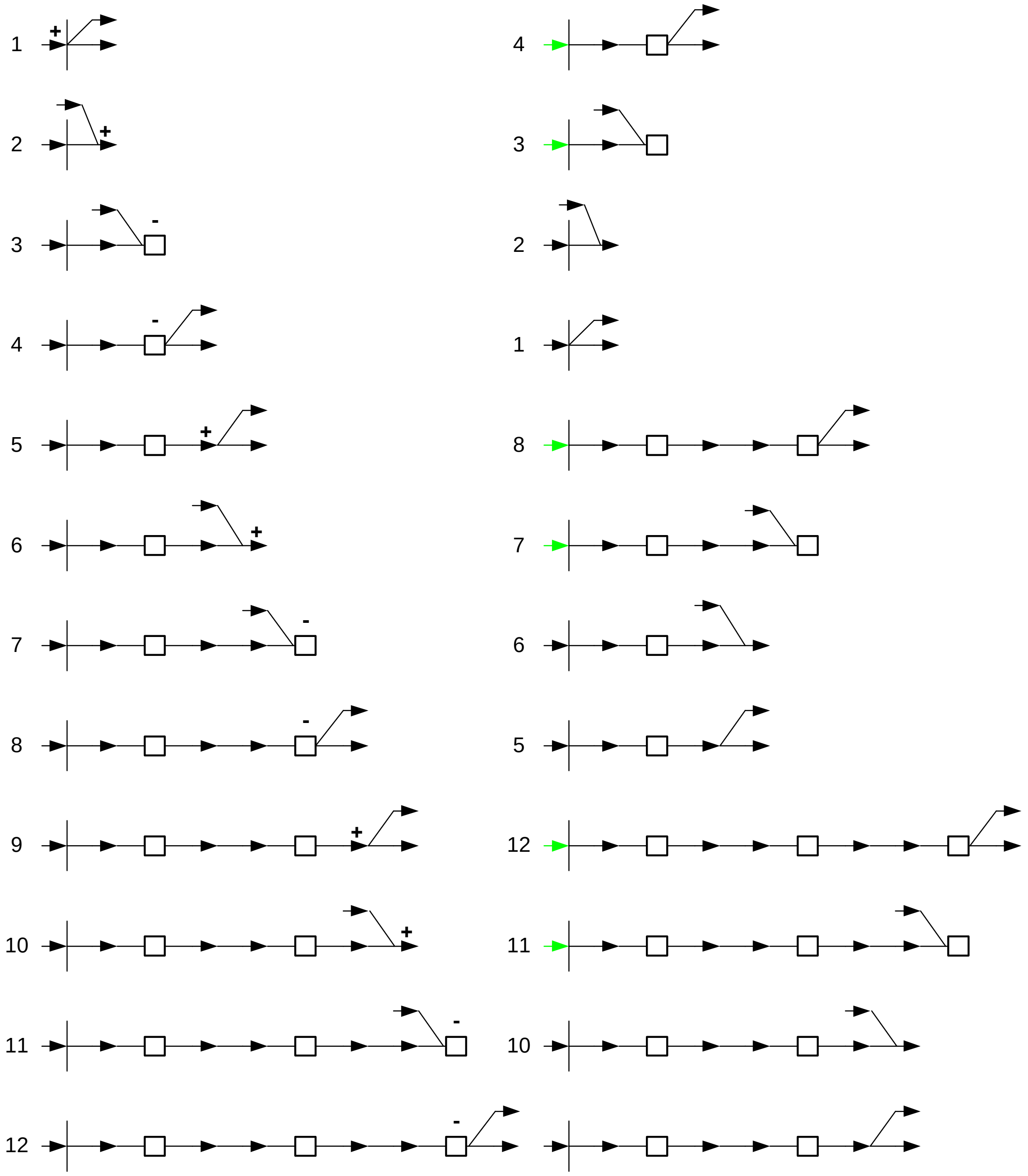
Der Graph eines S-Netzes ist tripartit, d.h. auf einem Pfad wechseln sich die Kontenarten Eingang, Subzentrum und Ausgang zyklisch ab. Damit erhält man alle möglichen Fälle von Pfaden die von einem äußeren Eingang ausgehen, in dem man beginnend mit dem äußeren Eingang (ist ein Ausgang der Wurzel) nacheinander einen Knoten die Bedingung „genau ein Vorgänger und genau ein Nachfolger verletzen läßt, soweit dies seine Rolle in einem Subzentrennetzwerk zuläßt. (Ein Eingang kann zum Beispiel immer genau einen Nachfolger, nämlich sein Subzentrum.)

Betrachtet man im nachfolgenden Bild den Fall 1 und 2, so ist offensichtlich, dass ein Knoten hinzugefügt werden muss, da die Wegnahme eines Knoten nicht umkehrbar wäre. Aus der Umkehrbarkeit folgt dann unmittelbar, dass der Fall 3 in 2 und 4 in 1 übergehen muss. Im Fall 5 und 6 kann wieder nur die Hinzunahme eines Knoten gewählt werden, da die Wegnahme eines Konten zu den Fällen 3 und 4 führen würde, diese aber aufgrund der Forderung der Umkehrbarkeit bereits belegt sind. Ebenfalls wegen der Forderung der Umkehrbarkeit muss der Fall 7 in 6 und 8 in 5 übergehen. Diese Vorgehensweise kann induktiv auf alle nachfolgenden Fälle angewendet werden. Allgemein kann man dabei feststellen, dass bei Pfaden die auf einen Endkonten mit mehr als einem Vorgänger oder mehr als einem Nachfolger enden, immer genau dann ein Anfangsknoten entfernt wird, wenn es sich beim Endknoten um ein Subzentrum handelt. Dagegen wird ein Knoten hinzugefügt, wenn es sich eben um kein Subzentrum handelt.

Damit ist für alle Pfade eine Regel gegeben, die von einem äußeren Eingang ausgehen und deren Endknoten mindestens einen Nachfolger hat und nicht die Wurzel (Root) ist. Analog erhält man eine Regel für alle Pfade, die in einem äußeren im Ausgang enden in dem man auf das Spiegelbild übergeht.

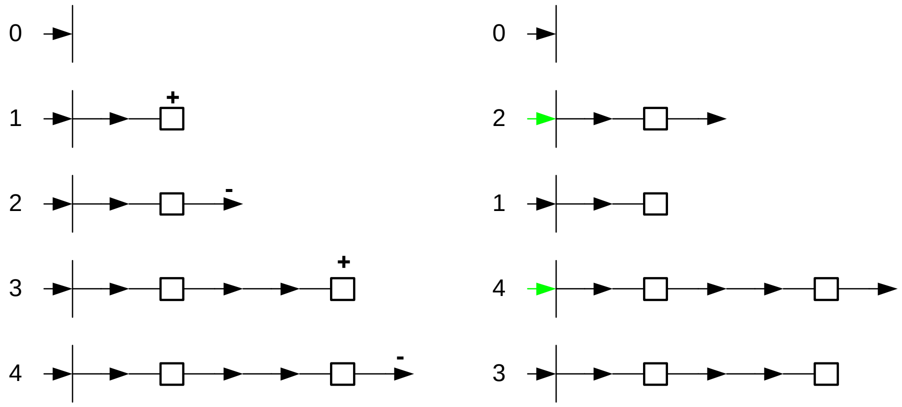
Um alle Möglichkeiten abzudecken, sind noch die Pfade zu betrachten, deren Endknoten keinen Nachfolger besitzt oder die Wurzel (Root) ist.

© Triple-S GmbH, www.sss.de

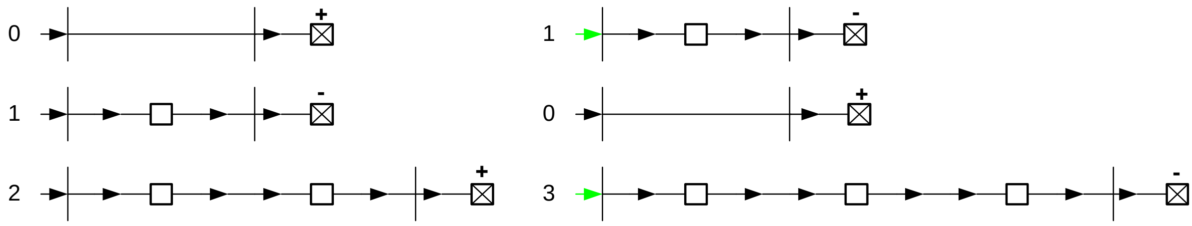


Pfade deren Endknoten mehr als einen Vorgänger oder mehr als eine Nachfolger besitzen.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl



Pfade deren Endknoten keinen Nachfolger besitzen.



Pfade deren Endknoten die Wurzel (Root) ist.

Betrachtet man die Pfade, die von einem äußeren Eingang ausgehen und deren Endknoten keinen Nachfolger besitzt, sowie ungleich der Wurzel (Root) ist, so erkennt man leicht die einfache Gesetzmäßigkeit, dass ein Konten hinzugefügt wird, wenn der Endknoten ein Subzentrum ist, und ein Knoten entfernt wird, wenn es eben kein Subzentrum ist. Als Spezialfall erhält man keine Veränderung, wenn der Pfad die Länge Null hat bzw. der äußere Eingang selbst keinen Nachfolger besitzt.

Ist der Endknoten des Pfades die Wurzel (Root), so ergibt sich aus der Forderung der Umkehrbarkeit, dass genau dann ein Knoten hinzugefügt wird, wenn die Anzahl der Subzentren auf dem Pfad einschließlich der Wurzel ungerade ist. Analog wird ein Knoten entfernt, wenn die Anzahl der Subzentren auf dem Pfad gerade ist.

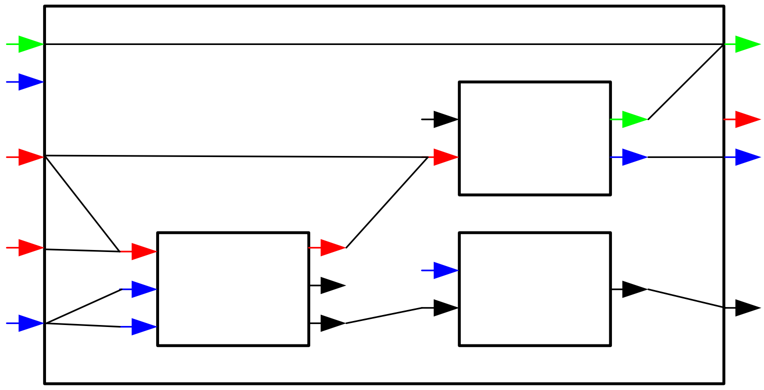
Da man für die Pfade, die von äußeren Ausgängen ausgehen wieder analoge Regeln über das Spiegelbild festlegen kann, ist somit für alle möglichen Fälle eine Regel aufgestellt, wobei in obig beschriebenen Algorithmus zur Gewinnung des transitiven Komplements diese Regeln teilweise zusammengefaßt sind.

Zu erwähnen wäre noch, dass beim nachfolgenden Ersetzen der Subzentren durch die transitive Hülle, solche mit keinen Ausgang und genau einem Eingang bzw. keinen Eingang und genau einem Ausgang schlicht und einfach gelöscht werden. Damit ist die Umkehrung von Schritt 6. und 7. des Algorithmus‘ implizit in Schritt 5. enthalten.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

2.3 Gefärbte S-Netze

2.3.1 Definitionen



Ein gefärbtes, formatiertes S-Netz

Ein S-Netz heißt gefärbt, wenn jeden Ein-/Ausgang eine Farbe, Type oder Art zugeordnet ist. Es heißt darüber hinaus formatiert gefärbt, wenn jedem Paar von Aus- und Eingängen, die mit einer Kante verbunden sind, dieselbe Farbe zugeordnet ist.

Man beachte, dass in einem transitiven formatiert gefärbten S-Netz all Knoten der transitiven Hülle einer Kante von eine Aus- zu einem Eingang dieselbe Farbe besitzen. D.h. im transitiven Komplement besitzen alle Ein-/Ausgänge eines Subzentrums (ausgenommen der Wurzel) dieselbe Farbe.

In einem gefärbten S-Netz heißt ein Pfad einfarbig, wenn all seinen Knoten, die keine Subzentren sind, dieselbe Farbe zuordnet ist.

Ein formatiert gefärbtes S-Netz heißt zusammenhängend, wenn es in dem Graphen zu jedem äußeren Ausgang mindestens einen einfarbigen Pfad von einem äußeren Eingang gibt.

In einem elektrischen Nachrichten-Netzwerk wäre z.B. die Signalart eine formatierende Färbung. Ist das Netzwerk darüber hinaus zusammenhängend, so ist garantiert, dass es zu jedem äußeren Ausgang einen äußeren Eingang gibt, der diesen mit dem Eingangssignal „bedient“.

2.3.2 Das Relationenproblem

Ist ein S-Netz gegeben, dessen äußere Ein- und Ausgänge gefärbt sind, so ist es ein in der Praxis bedeutendes Problem eine Forstsetzung dieser Färbung zu finden, so dass das S-Netz formatiert und zusammenhängend gefärbt ist.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

Beachtet man den Umstand, dass in einem formatiert gefärbten S-Netz die Färbung zu jedem Subzentrum genau eine Relation zwischen seinen Ein- und Ausgängen definiert, wenn jeder Eingang genau allen Ausgängen desselben Subzentrums zugeordnet wird, die dieselbe Farbe besitzen, so ist dieses Färbungsproblem äquivalent dazu, zu jedem Subzentrum eine solche Relation zu finden, dass sie Summe all dieser Relation wiederum das S-Netz zusammenhängend und formatiert einfärbt.

Dieses Relationenproblem kann noch dahingehend variiert werden, dass für ein Subzentrum nicht die Menge aller Relationen, sondern nur eine eingeschränkte Teilmenge zugelassen werden. Ein Beispiel für solch eine Einschränkung ist es, wenn für manche Subzentren nur injektive (eindeutige) Relationen zugelassen werden. Dabei ist eine Relation eindeutig, wenn einem Ausgang kein oder genau ein Eingang zugeordnet ist und umgekehrt. Allgemein kann die Anzahl zugeordneter Ausgänge zu einem Eingang durch eine Obergrenze limitiert ist.

Die Lösung des Relationenproblems kann für transitive S-Netze ist äquivalent dazu, im Graphen des transitiven Komplements ein Set von disjunkten gefärbten Bäumen zu finden, wobei die Anzahl der Nachfolger eines Knoten im Baum limitiert sein kann.

© Triple-S GmbH, www.sss.de

3. H-Netze

3.1 Geordnete S-Netze

Ein S-Netz heißt geordnet, wenn die Ein-/Ausgänge eines Subzentrums einer Ordnung unterliegen bzw. sequentiell geordnet sind. (Man beachte, dass bei der Implementierung von S-Netzen auf natürliche Art und Weise immer ein geordnetes S-Netz vorliegt, da die Aus-/ und Eingänge der Subzentren in Form von Vorgängern- und Nachfolgerlisten bzw. -arrays vorliegen.

Ein Subzentrum aus einem geordneten S-Netz heißt passend zu einem anderen geordneten S-Netz, wenn das Subzentrum genau so viele Ein- bzw. Ausgänge besitzt, wie das andere S-Netz äußere Eingänge bzw. äußere Ausgänge hat.

Ist ein Subzentrum passend zu einem geordneten S-Netz, so ist auf natürliche Art und Weise eine bijektive Zuordnung von den Eingängen (Ausgängen) des Subzentrums zu den äußeren Eingängen (äußeren Ausgängen) des S-Netzes definiert, in dem nacheinander der n-te Eingang (Ausgang) dem n-ten äußeren Eingang (äußeren Ausgang) zugeordnet wird. Damit ist die Grundlage zur hierarchische Strukturierung von S-Netzen gegeben.

Ein geordnetes Subzentrennetzwerk (S-Netz) heißt ein hierarchisch strukturiertes Subzentrennetzwerk (kurz: H-Netz), wenn einzelnen Subzentren ein dazu passendes einfaches oder hierarchisch strukturiertes geordnetes Subzentrennetzwerk zugeordnet ist. (In diesem Zusammenhang heißt ein geordnetes S-Netz bzw. H-Netz einfach, wenn keinem Subzentrum ein anderes passendes S-Netz bzw. H-Netz zugeordnet ist. Ergänzend heißt ein Subzentrum zusammengesetzt, wenn ihm kein anderes geordnetes S-Netz zugeordnet ist oder ansonsten ein elementares Subzentrum. Ist ein Subzentrum zusammengesetzt, dann heißt das zugeordnete H-Netz auch das Innere des Subzentrums.

In der Praktischen Anwendung entstehen hierarchisch strukturierte S-Netze (H-Netze) immer dann, wenn Einheiten aus Bausteinen zusammengesetzt werden, die ihrerseits bereits aus Bausteinen bestehen. Zum Bespiel besteht die Elektronik eine PC's im wesentlichen aus Einsteckkarten, die Ihrerseits wieder aus IC's aufgebaut sind.

3.2 Die Verflachung der Hierarchie

Aus einem H-Netz kann ein neues generiert werden, wenn ein nicht-elementares Subzentrum durch das H-Netz ersetzt wird, das ihm zugeordnet ist. Dabei werden beide H-Netze (als Graphen betrachtet) vereinigt. Da das Subzentrum passend zu dem zugeordneten

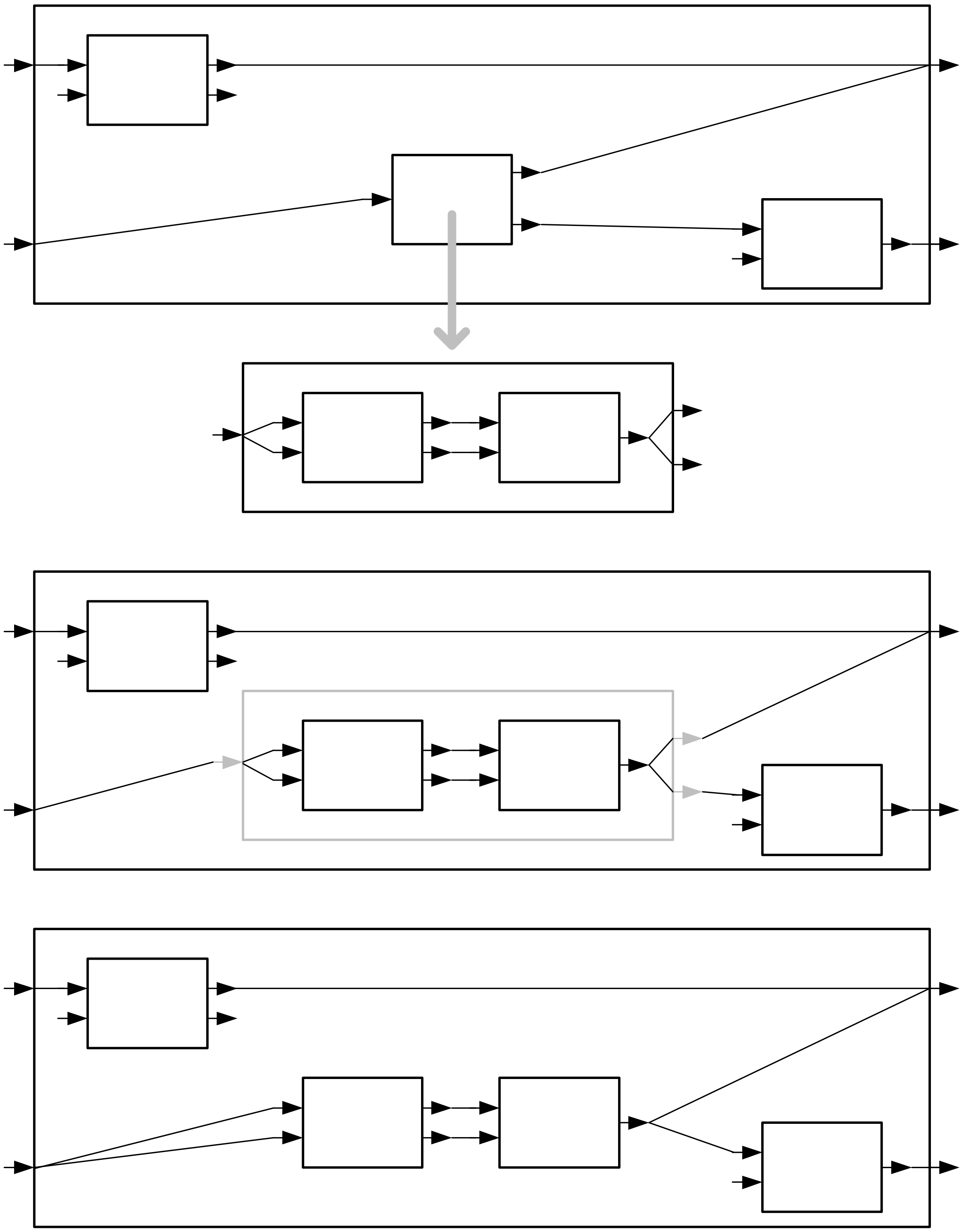
© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

H-Netz ist, ist es möglich die Ersetzungsvorschrift weiter so zu definieren, dass jeder Vorgängerknoten eines Eingangs des Subzentrums mit jedem Nachfolger des korrespondierenden äußeren Eingang des zugeordneten H-Netzes über eine Kante verbunden wird und beide Eingänge entfernt werden. Dieser Vorgang ist kann auch als das Überbrücken oder Ersetzen beider Knoten durch deren transitive Hülle beschrieben werden. Analog wird mit den Ausgängen bzw. äußeren Ausgängen verfahren.

Werden in einem H-Netz alle nicht elementaren Subzentren durch die zugeordneten H-Netze ersetzt, so entsteht ein neues H-Netz dessen Referenzbaum gerade um eine Ebene verkürzt ist. Aus diesem Grunde spricht man hier von der Verflachung der (Typen-)Hierarchie um eine Ebene bzw. Stufe. Wird dieser Vorgang zyklisch solange wiederholt, bis das resultierende H-Netz ausschließlich elementare Subzentren enthält, so spricht man von der Verflachung der Hierarchie.

Achtung! Da es in einem H-Netz auch direkte Kanten von einem äußeren Eingang zu einem äußeren Ausgang geben kann, bleibt ein transitives H-Netz nicht notwendiger Weise transitiv, wenn darin ein Subzentrum durch ein transitives H-Netz ersetzt wird. (Ein eifaches Gegenbeispiel lässt sich konstruieren, wenn auf einer Kante der x-z-Regel ein Subzentrum platziert wird, dessen Inneres gerade aus eine Verbindungskante vom äußeren Eingang zum äußeren Ausgang besteht.

© Triple-S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl



Ein hierarchisches S–Netz (oben) und sein Übergang (mitte) zu einem verflachten S–Netz (unten).

© Triple–S GmbH, www.sss.de Autor: Josef Hübl

3.3 Ein Isomophie-Universum

Wie bereits erwähnt liegen in der Praxis immer dann hierarchisch strukturierte S-Netze (H-Netze) vor, wenn Einheiten aus Einheiten zusammengesetzt werden, die ihrerseits aus anderen Einheiten zusammengesetzt sein können. Dies gilt für alle Arten von Bausteinen und insbesondere für Softwarebausteine wie zum Beispiel Objekte und Komponenten.

Ähnlich wie im Zusammenspiel von Objektinstanz und Objektklasse beschreibt die Isomorphieklasse genau so die vollständige Struktur eines H-Netzes, wie die Objektklasse die Struktur der Objektinstanz beschreibt. Da der Speicherplatzbedarf für H-Netze mit der Anzahl der Hierarchieebenen exponentiell ansteigen kann und es deshalb enorme Speicherplatzverschwendung wäre, die Struktur isomorpher H-Netze mehrmals zu implementieren, wird bei der Implementierung von hierarchisch strukturierten S-Netzen mit sogenannten H-Netzen gearbeitet. Dies sind insofern hierarchisch strukturierten S-Netze als den Subzentren keine anderen S-Netze sondern deren Isomorphieklasse zugeordnet ist. Andererseits aber sind H-Netze genau genommen die Isomorphieklassen von hierarchisch strukturierten S-Netzen, deren Subzentren mit Isomorphieklassen bzw. einem Verweis auf eine solche bewertet sind. Einschränkend ist dabei noch zu beachten, dass der einem nicht-elementaren Subzentrum zugeordnete Isomorphietyp nicht auf das H-Netz verweisen darf, zu dem das Subzentrum gehört, da sonst eine Art Endlosreferenz gegeben wäre.

Das Auffinden von isomorphen Graphen, S-Netzen und letztendlich auch H-Netzen ist ein NP-vollständiges Problem, das die Verwendung inperformanter Algorithmen nach sich zieht. Aus diesem Grund werden innerhalb einer Applikation alle H-Netze bzw. Isomorphieklassen mit einem eindeutigen Isomorphie-Identifier gekennzeichnet, der in einem Isomophietypen-Universum verwaltet wird. In jedem Universum ist einem Isomorphietypen genau ein H-Netz als Repräsentant seiner Isomorphieklasse zugeordnet.

Eine GUID (gobal unique ID) ist überdies notwendig, wenn Isomorphietypen bzw. -klassen über die Grenzen von Isomophie-Universen hinweg identifiziert oder ausgetauscht werden können sollen.

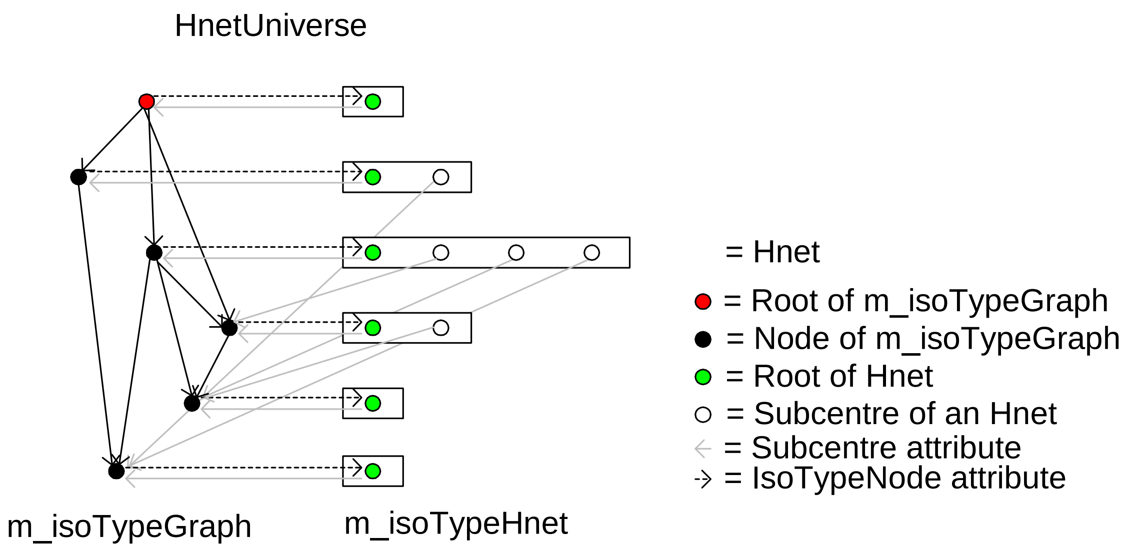
Dies hat auch zur Folge, dass jedes H-Netz genau einen Isomorphietypenbaum von Referenzen definiert, wobei der Isomorphietyp das H-Netzes von dem ausgegangen wird, die Wurzel (Root) des Baumes definiert. Werden in einem Isomorphietypen-Universum alle Typen, die keinem Subzentrum zugeordent sind einem fiktiven Typen zugeordnet, so sind alle Isomorphietypen des Universums ebenfalls durch eine Baumstruktur geordnet. (Der fiktive Typ entspricht einem H-Netz, das zu jedem nicht-referenzierten Typen ein isoliertes passendes Subzentrum enthält.)

Dieser fiktive Isomorphietyp ist insofern auch von Bedeutung als aus einem Isomorphietypen-Universum all jene Typen gelöscht werden können, auf die es keine Referenz gibt.

© Triple-S GmbH, www.sss.de

Um nicht mehr referenzierte Isomorphietypen leicht erkennen zu können, wird zu jedem Typen ein Referenzzähler verwaltet. Wird ein neuer Typ erzeugt, der auf einen bereits vorhandenen referenziert, so wird der Referenzzähler des bereits vorhanden Typen um Eins erhöht. Umgekehrt wird der Referenzzähler eines Typen um Eins erniedrigt, wenn ein anderer Typ gelöscht wird, der darauf referenzierte. Da ein Typ immer dann gelöscht wird, wenn sein Referenzzähler auf Null geht, kann das Löschen eines Typen das kaskadenartige Löschen vieler anderer Typen auslösen.

Der Referenzzähler eines Isomorphietypen wird auch dann um Eins erhöht bzw. erniedrigt, wenn eine Instanz des entsprechenden H-Netzes kreiert bzw. zerstört wird.



Referenzbaum eines Isomorphietypen-Universums